

Lista 5 (consegna entro il 28/2/08)

Argomenti: dinamica trasversale.

1. Si consideri un acceleratore a focalizzazione debole di raggio R , in cui cioè il campo magnetico verticale, nei pressi dell'orbita ideale, ha la seguente espressione:

$$B_y(x,y) = \frac{(B\rho)}{R} \frac{R^n}{(R+x)^n},$$

dove $B\rho$ è la rigidità magnetica delle particelle e n è detto *indice di campo*.

- (a) Calcolare il gradiente del campo $B' \equiv \partial_x B_y$ sull'orbita ideale ($x = 0$, $y = 0$).
 - (b) Scrivere le equazioni del moto nel piano orizzontale e in quello verticale.
 - (c) Mostrare che, affinché il moto sia stabile, l'indice di campo deve soddisfare la relazione $0 < n < 1$.
 - (d) Mostrare che il numero di oscillazioni trasversali per rivoluzione, detto anche *numero di betatrone*, vale $\nu_x = \sqrt{1-n}$ nel piano orizzontale e $\nu_y = \sqrt{n}$ nel piano verticale.
2. Mostrare che un sistema di trasporto può essere scomposto in termini di un sistema equivalente semplice, formato da tre elementi: tratto diritto, lente sottile, tratto diritto; oppure, lente sottile, tratto diritto, lente sottile. A questo scopo, si supponga nota la matrice di trasporto di un sistema generico:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$$

con $\det M = 1$.

- (a) Scrivere la matrice M_{OFO} relativa ad un sistema formato da un tratto diritto di lunghezza L_1 , una lente sottile di focale f ed un altro tratto diritto di lunghezza L_2 .
- (b) Per un sistema non telescopico ($m_{21} \neq 0$), determinare i valori di f , L_1 ed L_2 tali per cui $M_{OFO} = M$.
- (c) Per un sistema telescopico ($m_{21} = 0$), scrivere la matrice $M_{FOF'}$ relativa ad una lente sottile di focale f_1 , un tratto diritto di lunghezza L , seguito da una lente sottile di focale f_2 . Trovare i valori di L , f_1 e f_2 per cui $M_{FOF'} = M$.

Vi sono altri sottocasi non banali da considerare? Osservare che in generale la lunghezza totale del sistema equivalente differisce da quella del sistema originario.